

# **Podstawy statystyki dla socjologów**



Grzegorz Lissowski

Jacek Haman

Mikołaj Jasiński

# **Podstawy statystyki dla socjologów**

---

## **Zależności statystyczne**

---

**tom 2**



Recenzenci:

prof. dr hab. Henryk Domański

dr hab. Jarosław Górniak

Redakcja i korekta

Bogdan Baran

Projekt graficzny okładki

Katarzyna Juras

© Copyright by Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa 2011

ISBN 978-83-7383-565-8 (t. 2)

ISBN 978-83-7383-563-4 (całość)

Wydanie drugie, poprawione

Wydawnictwo Naukowe Scholar sp. z o.o.

ul. Krakowskie Przedmieście 62, 00-322 Warszawa

tel./fax 22 828 93 91; 22 828 95 63; 22 826 59 21

dział handlowy: jak wyżej wew. 105, 108

e-mail: [info@scholar.com.pl](mailto:info@scholar.com.pl); [scholar@neostrada.pl](mailto:scholar@neostrada.pl)

[www.scholar.com.pl](http://www.scholar.com.pl)

Skład i łamanie: WN Scholar (*Stanisław Beczek*)

Druk i oprawa: Wrocławska Drukarnia Naukowa PAN

## Spis rozdziałów

### CZĘŚĆ III. ZALEŻNOŚCI STATYSTYCZNE MIĘDZY DWIEMA ZMIENNYMI

Rozdział 8. Własności rozkładu łącznego i funkcje dwóch zmiennych . . . . .	13
Rozdział 9. Regresje pierwszego rodzaju i związane z nimi zależności statystyczne . . . . .	33
Rozdział 10. Regresja drugiego rodzaju liniowa i skorelowanie liniowe . . . . .	61
Rozdział 11. Korelacja rangowa . . . . .	101
Rozdział 12. Zależność stochastyczna . . . . .	121
Rozdział 13. Kierunek zależności statystycznej . . . . .	135

### CZĘŚĆ IV. ZALEŻNOŚCI STATYSTYCZNE MIĘDZY WIELOMA ZMIENNYMI

Rozdział 14. Regresja i korelacja wielokrotna liniowa . . . . .	147
Rozdział 15. Korelacja cząstkowa . . . . .	199
Rozdział 16. Dalsze problemy regresji i korelacji wielokrotnej liniowej . . . . .	215
Rozdział 17. Metody wielowymiarowej analizy statystycznej . . . . .	235
Literatura . . . . .	250
Indeks . . . . .	253



## Spis treści

### CZĘŚĆ III. ZALEŻNOŚCI STATYSTYCZNE MIĘDZY DWIEMA ZMIENNYMI

Rozdział 8. Własności rozkładu łącznego i funkcje dwóch zmiennych . . . . .	13
8.1. Związek stochastyczny . . . . .	13
8.2. Niezależność stochastyczna . . . . .	14
8.3. Funkcje dwóch zmiennych . . . . .	16
8.4. Parametry funkcji dwóch zmiennych . . . . .	18
8.4.1. Średnia sumy i różnicy dwóch zmiennych . . . . .	18
8.4.2. Średnia iloczynu i ilorazu dwóch zmiennych . . . . .	19
8.4.3. Inne parametry poziomu wartości funkcji dwóch zmiennych . . . . .	20
8.4.4. Wariancja sumy (różnicy) dwóch zmiennych . . . . .	21
8.5. Kowariancja i jej własności . . . . .	22
8.6. Cele analizy zależności statystycznych . . . . .	28
8.7*. Dodatek. Wartość pragmatyczna informacji . . . . .	29
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	30
Rozdział 9. Regresje pierwszego rodzaju i związane z nimi zależności statystyczne . . . . .	33
9.1. Optymalne wykorzystanie informacji o wartości zmiennej Y do opisu (przewidywania) wartości zmiennej X . . . . .	33
9.1.1. Regresje – pojęcia podstawowe . . . . .	33
9.1.2. Dwuwartościowa funkcja błędu i regresja modalnych . . . . .	36
9.1.3. Modułowa funkcja błędu i regresja median . . . . .	38
9.1.4. Kwadratowa funkcja błędu i regresja średnich . . . . .	40
9.1.5. Zależności statystyczne związane z regresjami pierwszego rodzaju i ich kierunek . . . . .	42
9.2. Siła zależności statystycznych związanych z regresjami I rodzaju . . . . .	44
9.2.1. Ogólny miernik siły zależności statystycznej . . . . .	44
9.2.2. Mierniki siły zależności modalnych, median i średnich . . . . .	46
9.2.3. Wspólne własności współczynników $u$ , $\zeta$ i $\eta^2$ . . . . .	48
9.2.4. Szczególne własności stosunku korelacyjnego $\eta^2$ , przewidywania i błędów przewidywania w regresji średnich . . . . .	52
9.2.5. Interpretacje stosunku korelacyjnego $\eta^2$ . . . . .	55
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	57

Rozdział 10. Regresja drugiego rodzaju liniowa i skorelowanie liniowe . . . . .	61
10.1. Cel stosowania regresji drugiego rodzaju . . . . .	61
10.1.1. Ograniczenia modelu regresji średnich . . . . .	61
10.1.2. Regresja drugiego rodzaju . . . . .	64
10.2. Równanie regresji liniowej i siła skorelowania liniowego . . . . .	67
10.2.1. Równanie regresji liniowej . . . . .	67
10.2.2. Siła skorelowania liniowego . . . . .	71
10.3. Własności regresji liniowej i współczynnika korelacji liniowej . . . . .	73
10.3.1. Niezależność i maksymalna zależność liniowa . . . . .	73
10.3.2. Kierunek zależności liniowej. Współczynnik korelacji liniowej Pearsona . . . . .	74
10.3.3. Regresja liniowa funkcji jednej zmiennej . . . . .	75
10.3.4. Równanie regresji liniowej zmiennych standaryzowanych . . . . .	76
10.4. Skorelowanie liniowe a zależność korelacyjna . . . . .	78
10.4.1. Regresja liniowa a regresja średnich . . . . .	78
10.4.2. Stosunek korelacyjny $\eta^2$ a kwadrat współczynnika korelacji liniowej $\rho^2$ . . . . .	79
10.4.3. Relacje między zmienną zależną, zmienną niezależną, przewidywaniem i błędem przewidywania w regresji liniowej . . . . .	80
10.5. Inne regresje drugiego rodzaju . . . . .	83
10.5.1. Po co stosować inne regresje drugiego rodzaju? . . . . .	83
10.5.2*. Regresje w liczbach względnych . . . . .	85
10.6. Zmienne zerojedynkowe w regresji liniowej . . . . .	90
10.6.1. Zmienna zerojedynkowa jako zmienna niezależna w regresji liniowej . . . . .	90
10.6.2. Regresja liniowa zmiennej zerojedynkowej ze względu na zmienną zerojedynkową . . . . .	91
10.6.3. Regresja liniowa zmiennej zerojedynkowej ze względu na zmienną o wielu wartościach . . . . .	92
10.7. Dygresja historyczna na temat pojęcia „regresji” . . . . .	92
10.8*. Wyznaczanie parametrów regresji liniowej metodą najmniejszych kwadratów . . . . .	95
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	97
Rozdział 11. Korelacja rangowa . . . . .	101
11.1. Problem korelacji rangowej . . . . .	101
11.2. Zależności statystyczne między typami uporządkowania par elementów . . . . .	104
11.2.1. Zbiorowość uporządkowanych par i typy uporządkowań . . . . .	104
11.2.2. Wyznaczanie rozkładu łącznego typów uporządkowań $T_X$ i $T_Y$ . . . . .	107
11.2.3. Zależność korelacyjna i skorelowanie liniowe zmiennych $T_X$ i $T_Y$ . . . . .	109
11.2.4. Klasyczne współczynniki korelacji rangowej dla par elementów . . . . .	114
11.3. Tradycyjne współczynniki korelacji rangowej . . . . .	117
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	119
Rozdział 12. Zależność stochastyczna . . . . .	121
12.1. Miernik siły zależności stochastycznej . . . . .	121
12.1.1. Natężenie zależności stochastycznej . . . . .	121



12.1.2. Własności ilości informacji . . . . .	124
12.1.3. Miernik siły zależności stochastycznej, jego własności i interpretacja . . . . .	128
12.2. Tradycyjne koncepcje i mierniki zależności stochastycznej . . . . .	129
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	133
 Rozdział 13. Kierunek zależności statystycznej . . . . .	135
13.1. Zależność pozytywna i negatywna między zmiennymi dychotomicznymi	136
13.2. Wybrane koncepcje kierunku zależności statystycznej . . . . .	138
13.3. Koncepcje kierunku zależności statystycznej a parametry statystyczne .	142
<i>Podstawowe pojęcia. Literatura</i> . . . . .	143
 CZĘŚĆ IV. ZALEŻNOŚCI STATYSTYCZNE MIĘDZY WIELOMA ZMIENNYMI	
 Rozdział 14. Regresja i korelacja wielokrotna liniowa . . . . .	147
14.1. Ogólna problematyka analiz wielozmiennowych . . . . .	147
14.2. Klasyczne metody wielozmiennowe . . . . .	148
14.2.1. Analiza zależności warunkowych . . . . .	148
14.2.2. Regresja wielokrotna pierwszego rodzaju, miernik siły zależności	151
14.3. Regresja i korelacja wielokrotna drugiego rodzaju liniowa . . . . .	161
14.3.1. Równanie regresji wielokrotnej drugiego rodzaju liniowej . . . . .	161
14.3.2. Korelacja wielokrotna liniowa . . . . .	171
14.3.3. Własności regresji wielokrotnej liniowej i kwadratu współczynnika korelacji wielokrotnej liniowej . . . . .	174
14.4*. Wyznaczanie współczynników regresji wielokrotnej liniowej metodą najmniejszych kwadratów . . . . .	181
14.4.1. Układ równań normalnych . . . . .	181
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania</i> . . . . .	195
 Rozdział 15. Korelacja cząstkowa . . . . .	199
15.1. Określenie kwadratu współczynnika korelacji cząstkowej . . . . .	200
15.2. Korelacja cząstkowa jako korelacja między błędami przewidywań . . . . .	202
15.3. Kwadrat współczynnika korelacji cząstkowej a równanie regresji wielokrotnej liniowej . . . . .	204
15.4. Graficzna ilustracja współczynników korelacji wielokrotnej i cząstkowej .	208
15.5*. Kwadrat współczynnika korelacji cząstkowej w zapisie macierzowym . .	213
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	213
 Rozdział 16. Dalsze problemy regresji i korelacji wielokrotnej liniowej . . . . .	215
16.1. Nieprzechodniość skorelowania liniowego . . . . .	215
16.2. Problem interakcji w regresji wielokrotnej liniowej . . . . .	216
16.3. Problem współliniowości w regresji wielokrotnej liniowej . . . . .	222
16.4. Metody wyboru „najlepszego” równania regresji wielokrotnej liniowej . .	224
16.5. Zmienne jakościowe i porządkowe jako zmienne niezależne . . . . .	227
16.6. Regresja wielokrotna liniowa i modele wielomianowe . . . . .	230
<i>Podstawowe pojęcia. Literatura</i> . . . . .	232

---

Rozdział 17. Metody wielowymiarowej analizy statystycznej . . . . .	235
17.1. Wprowadzenie . . . . .	235
17.2. Syntetyczny opis rozkładu łącznego wielu zmiennych . . . . .	236
17.3. Redukcja danych i wyjaśnienie obserwowanych zależności między zmiennymi . . . . .	238
17.4. Klasyfikacja obiektów i zmiennych . . . . .	240
17.5. Rozmieszczenie obiektów w przestrzeni wielowymiarowej . . . . .	242
17.6. Zależności jednej zmiennej od wielu zmiennych . . . . .	244
17.7. Zależności między dwoma zbiorami zmiennych . . . . .	245
17.8. Struktura zależności „przyczynowych” między wieloma zmiennymi . . . . .	246
17.9. Modelowanie zależności „przyczynowych” między zmiennymi, wśród których występują zmienne ukryte . . . . .	247
17.10. Skalowanie ukrytych własności . . . . .	248
<i>Literatura</i> . . . . .	250
Indeks . . . . .	253