

# **Podstawy statystyki dla socjologów**



Grzegorz Lissowski

Jacek Haman

Mikołaj Jasiński

# **Podstawy statystyki dla socjologów**

---

## **Opis statystyczny**

---

**tom 1**



Recenzenci:

prof. dr hab. Henryk Domański

dr hab. Jarosław Górniak

Redakcja i korekta

Bogdan Baran

Projekt graficzny okładki

Katarzyna Juras

© Copyright by Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa 2011

ISBN 978-83-7383-564-1 (t. 1)

ISBN 978-83-7383-563-4 (całość)

Wydanie drugie, poprawione

Wydawnictwo Naukowe Scholar sp. z o.o.

ul. Krakowskie Przedmieście 62, 00-322 Warszawa

tel./fax 22 828 93 91; 22 828 95 63; 22 826 59 21

dział handlowy: jak wyżej wew. 105, 108

e-mail: [info@scholar.com.pl](mailto:info@scholar.com.pl); [scholar@neotrada.pl](mailto:scholar@neotrada.pl)

[www.scholar.com.pl](http://www.scholar.com.pl)

Skład i łamanie: WN Scholar (Stanisław Beczek)

Druk i oprawa: Wrocławska Drukarnia Naukowa PAN

## Spis rozdziałów

### Tom pierwszy. Opis statystyczny

Przedmowa . . . . .	17
CZĘŚĆ I. WPROWADZENIE	
Rozdział 1. Struktura badania statystycznego . . . . .	21
Rozdział 2. Rozkłady statystyczne . . . . .	51
CZĘŚĆ II. OPIS ROZKŁADU STATYSTYCZNEGO JEDNEJ ZMIENNEJ	
Rozdział 3. Parametry poziomu wartości . . . . .	79
Rozdział 4. Parametry rozproszenia . . . . .	117
Rozdział 5. Błędy opisu a interpretacja parametrów rozkładu jednej zmiennej . . . . .	157
Rozdział 6. Agregacja i dekompozycja parametrów rozkładu jednej zmiennej . . . . .	175
Rozdział 7. Inne parametry rozkładu jednej zmiennej . . . . .	199
Indeks . . . . .	211

### Tom drugi. Zależności statystyczne

CZĘŚĆ III. ZALEŻNOŚCI STATYSTYCZNE MIĘDZY DWIEMA ZMIENNYMI	
Rozdział 8. Własności rozkładu łącznego i funkcje dwóch zmiennych . . . . .	13
Rozdział 9. Regresje pierwszego rodzaju i związane z nimi zależności statystyczne . . . . .	33
Rozdział 10. Regresja drugiego rodzaju liniowa i skorelowanie liniowe . . . . .	61
Rozdział 11. Korelacja rangowa . . . . .	101
Rozdział 12. Zależność stochastyczna . . . . .	121
Rozdział 13. Kierunek zależności statystycznej . . . . .	135
CZĘŚĆ IV. ZALEŻNOŚCI STATYSTYCZNE MIĘDZY WIELOMA ZMIENNYMI	
Rozdział 14. Regresja i korelacja wielokrotna liniowa . . . . .	147
Rozdział 15. Korelacja cząstkowa . . . . .	199

---

Rozdział 16. Dalsze problemy regresji i korelacji wielokrotnej liniowej . . . . .	215
Rozdział 17. Metody wielowymiarowej analizy statystycznej . . . . .	235
Literatura . . . . .	250
Indeks . . . . .	253

### **Tom trzeci. Wnioskowanie statystyczne**

#### **CZĘŚĆ V. PODSTAWY WNIOSKOWANIA STATYSTYCZNEGO**

Rozdział 18. Podstawy rachunku prawdopodobieństwa . . . . .	13
Rozdział 19. Rozkłady zmiennych losowych i twierdzenia graniczne . . . . .	41
Rozdział 20. Populacja i prosta próba losowa . . . . .	67
Rozdział 21. Schematy doboru prób losowych . . . . .	85

#### **CZĘŚĆ VI. WNIOSKOWANIE STATYSTYCZNE**

Rozdział 22. Estymacja punktowa i przedziałowa . . . . .	113
Rozdział 23. Podstawy weryfikacji hipotez statystycznych . . . . .	143
Rozdział 24. Weryfikacja hipotez parametrycznych . . . . .	167
Rozdział 25. Weryfikacja hipotez nieparametrycznych . . . . .	199
Tablice . . . . .	217
Indeks . . . . .	223

# Spis treści

## Tom pierwszy. Opis statystyczny

Przedmowa . . . . .	17
Do drugiego wydania podręcznika . . . . .	18

### CZĘŚĆ I. WPROWADZENIE

Rozdział 1. Struktura badania statystycznego . . . . .	21
1.1. Przedmiot badania statystycznego . . . . .	23
1.2. Zakres badania statystycznego . . . . .	25
1.2.1*. Pomiar . . . . .	26
1.2.2. Skale pomiarowe . . . . .	33
1.3. Cel badania statystycznego . . . . .	38
1.4. Struktura badania statystycznego . . . . .	42
1.4.1. Sekwencyjna struktura badania statystycznego . . . . .	42
1.4.2. Formalna struktura badania statystycznego . . . . .	44
1.4.3. Opis statystyczny i wnioskowanie statystyczne . . . . .	45
1.5. Klasyfikacja badań statystycznych . . . . .	47
1.5.1. Badania przekrojowe i badania dynamiczne . . . . .	47
1.5.2. Badania eksperymentalne . . . . .	47
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura . . . . .</i>	<i>48</i>

Rozdział 2. Rozkłady statystyczne . . . . .	51
2.1. Macierz danych . . . . .	51
2.2. Rozkład jednej zmiennej . . . . .	53
2.2.1. Liczebności, częstości i podstawowe typy rozkładu jednej zmiennej . . . . .	53
2.2.2. Graficzna prezentacja rozkładu jednej zmiennej . . . . .	56
2.2.3. Większość i mniejszość stochastyczna . . . . .	58
2.3. Rozkłady wielu zmiennych . . . . .	61
2.3.1. Rozkłady łączne dwóch zmiennych . . . . .	61
2.3.2. Rozkład łączny wielu zmiennych . . . . .	62
2.3.3. Graficzna prezentacja rozkładu łącznego dwóch zmiennych . . . . .	63
2.3.4. Rozkłady warunkowe . . . . .	64
2.4. Szeregi rozdzielcze . . . . .	66
2.5. Funkcja jednej zmiennej i własności jej rozkładów . . . . .	68
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania . . . . .</i>	<i>72</i>

### CZĘŚĆ II. OPIS ROZKŁADU STATYSTYCZNEGO JEDNEJ ZMIENNEJ

Rozdział 3. Parametry poziomu wartości . . . . .	79
3.1. Ogólna charakterystyka parametrów poziomu wartości . . . . .	80
3.2. Parametry pozycyjne . . . . .	81
3.2.1. Wartość minimalna . . . . .	81
3.2.2. Wartość maksymalna . . . . .	82
3.2.3. Wartość modalna (dominanta) . . . . .	82

3.2.4. Mediana . . . . .	83
3.2.5. Kwantyle . . . . .	85
3.3. Parametry średnie . . . . .	89
3.3.1. Średnia arytmetyczna . . . . .	90
3.3.2. Inne rodzaje średnich . . . . .	96
3.4. Postulowane własności podstawowych parametrów poziomu wartości . . . . .	99
3.5. Porównanie wybranych parametrów poziomu wartości . . . . .	103
3.5.1. Wybór parametru zależy od skali pomiarowej . . . . .	104
3.5.2. Zakres stosowalności parametrów . . . . .	105
3.5.3. Średnia czy mediana, czyli wrażliwość na skrajności . . . . .	108
3.5.4. Kłamstwo statystyczne . . . . .	109
3.6. Parametry poziomu wartości zmiennej zerojedynkowej: problem zawartości informacyjnej . . . . .	111
3.7. Dodatek. Znak $\sum$ . . . . .	113
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	115
Rozdział 4. Parametry rozproszenia . . . . .	117
4.1. Ogólna charakterystyka parametrów rozproszenia . . . . .	118
4.1.1. Co to są parametry rozproszenia? . . . . .	118
4.1.2. Klasyfikacja parametrów rozproszenia . . . . .	119
4.2. Parametry zróżnicowania . . . . .	120
4.2.1. Pozycyjne parametry zróżnicowania . . . . .	120
4.2.2. Średnie parametry zróżnicowania . . . . .	121
4.2.3. Stosunkowe parametry zróżnicowania . . . . .	130
4.3. Parametry różnorodności . . . . .	132
4.3.1. Absolutny pozycyjny parametr różnorodności – błąd modalnej . . . . .	132
4.3.2. Średnie parametry różnorodności . . . . .	133
4.3.3. Względne parametry różnorodności . . . . .	141
4.4. Miara zróżnicowania ocen . . . . .	142
4.5. Parametry rozproszenia funkcji jednej zmiennej . . . . .	145
4.5.1. Parametry różnorodności funkcji jednej zmiennej . . . . .	146
4.5.2. Parametry zróżnicowania funkcji jednej zmiennej . . . . .	146
4.5.3. Parametry rozproszenia funkcji jednej zmiennej – podsumowanie . . . . .	149
4.6. Parametry rozproszenia zmiennych zerojedynkowych . . . . .	150
4.7. Standaryzacja zmiennych i jej zastosowanie . . . . .	152
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	155
Rozdział 5. Błędy opisu a interpretacja parametrów rozkładu jednej zmiennej . . . . .	157
5.1. Problem optymalnego opisu . . . . .	157
5.2. Funkcje oceny błędu i kryterium wyboru optymalnego opisu . . . . .	159
5.3. Optymalny opis wartości zmiennej a interpretacja parametrów statystycznych . . . . .	162
5.3.1. Dwuwartościowa funkcja błędu . . . . .	162
5.3.2. Modułowa funkcja błędu . . . . .	164
5.3.3. Kwadratowa funkcja błędu . . . . .	165
5.3.4. Niesymetryczna funkcja błędu parametryzowana za pomocą dwóch parametrów: $r$ i $s$ . . . . .	167



5.3.5. Interpretacja parametrów poziomu wartości i rozproszenia . . . . .	170
5.4. Optymalny opis ocen . . . . .	170
5.5*. Dodatek. Problem decyzji . . . . .	172
<i>Podstawowe pojęcia. Literatura</i> . . . . .	174
 Rozdział 6. Agregacja i dekompozycja parametrów rozkładu jednej zmiennej . . . . .	175
6.1. Problemy agregacji i dekompozycji parametrów rozkładu zmiennej . . . . .	176
6.2. Parametry warunkowe . . . . .	178
6.2.1. Parametry warunkowe jako metoda opisu rozkładu dwóch zmiennych . . . . .	178
6.2.2. Parametry warunkowe jako zmienne statystyczne . . . . .	179
6.3. Agregacja i dekompozycja parametrów rozkładu zmiennej statystycznej . . . . .	182
6.3.1. Agregacja parametrów poziomu wartości . . . . .	182
6.3.2. Dekompozycja parametrów rozproszenia . . . . .	188
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	195
 Rozdział 7. Inne parametry rozkładu jednej zmiennej . . . . .	199
7.1. Momenty . . . . .	199
7.2. Parametry asymetrii . . . . .	200
7.3. Parametry koncentracji . . . . .	204
7.3.1. Współczynnik Ginięgo . . . . .	204
7.3.2. Współczynnik Theila . . . . .	208
<i>Podstawowe pojęcia</i> . . . . .	210
 Indeks . . . . .	211

### Tom drugi. Zależności statystyczne

<b>CZĘŚĆ III. ZALEŻNOŚCI STATYSTYCZNE MIĘDZY DWIEMA ZMIENNYMI</b>	
Rozdział 8. Własności rozkładu łącznego i funkcje dwóch zmiennych . . . . .	13
8.1. Związek stochastyczny . . . . .	13
8.2. Niezależność stochastyczna . . . . .	14
8.3. Funkcje dwóch zmiennych . . . . .	16
8.4. Parametry funkcji dwóch zmiennych . . . . .	18
8.4.1. Średnia sumy i różnicy dwóch zmiennych . . . . .	18
8.4.2. Średnia iloczynu i ilorazu dwóch zmiennych . . . . .	19
8.4.3. Inne parametry poziomu wartości funkcji dwóch zmiennych . . . . .	20
8.4.4. Wariancja sumy (różnicy) dwóch zmiennych . . . . .	21
8.5. Kowariancja i jej własności . . . . .	22
8.6. Cele analizy zależności statystycznych . . . . .	28
8.7*. Dodatek. Wartość pragmatyczna informacji . . . . .	29
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	30
 Rozdział 9. Regresje pierwszego rodzaju i związane z nimi zależności statystyczne . . . . .	33
9.1. Optymalne wykorzystanie informacji o wartości zmiennej Y do opisu (przewidywania) wartości zmiennej X . . . . .	33
9.1.1. Regresje – pojęcia podstawowe . . . . .	33

9.1.2. Dwuwartościowa funkcja błędu i regresja modalnych . . . . .	36
9.1.3. Modułowa funkcja błędu i regresja median . . . . .	38
9.1.4. Kwadratowa funkcja błędu i regresja średnich . . . . .	40
9.1.5. Zależności statystyczne związane z regresjami pierwszego rodzaju i ich kierunek . . . . .	42
9.2. Siła zależności statystycznych związanych z regresjami I rodzaju . . . . .	44
9.2.1. Ogólny miernik siły zależności statystycznej . . . . .	44
9.2.2. Mierniki siły zależności modalnych, median i średnich . . . . .	46
9.2.3. Wspólne własności współczynników $u$ , $\zeta$ i $\eta^2$ . . . . .	48
9.2.4. Szczególne własności stosunku korelacyjnego $\eta^2$ , przewidywania i błędów przewidywania w regresji średnich . . . . .	52
9.2.5. Interpretacje stosunku korelacyjnego $\eta^2$ . . . . .	55
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	57
Rozdział 10. Regresja drugiego rodzaju liniowa i skorelowanie liniowe . . . . .	61
10.1. Cel stosowania regresji drugiego rodzaju . . . . .	61
10.1.1. Ograniczenia modelu regresji średnich . . . . .	61
10.1.2. Regresja drugiego rodzaju . . . . .	64
10.2. Równanie regresji liniowej i siła skorelowania liniowego . . . . .	67
10.2.1. Równanie regresji liniowej . . . . .	67
10.2.2. Siła skorelowania liniowego . . . . .	71
10.3. Własności regresji liniowej i współczynnika korelacji liniowej . . . . .	73
10.3.1. Niezależność i maksymalna zależność liniowa . . . . .	73
10.3.2. Kierunek zależności liniowej. Współczynnik korelacji liniowej Pearsona . . . . .	74
10.3.3. Regresja liniowa funkcji jednej zmiennej . . . . .	75
10.3.4. Równanie regresji liniowej zmiennych standaryzowanych . . . . .	76
10.4. Skorelowanie liniowe a zależność korelacyjna . . . . .	78
10.4.1. Regresja liniowa a regresja średnich . . . . .	78
10.4.2. Stosunek korelacyjny $\eta^2$ a kwadrat współczynnika korelacji liniowej $\rho^2$ . . . . .	79
10.4.3. Relacje między zmienną zależną, zmienną niezależną, przewidywaniem i błędem przewidywania w regresji liniowej . . . . .	80
10.5. Inne regresje drugiego rodzaju . . . . .	83
10.5.1. Po co stosować inne regresje drugiego rodzaju? . . . . .	83
10.5.2*. Regresje w liczbach względnych . . . . .	85
10.6. Zmienne zerojedynkowe w regresji liniowej . . . . .	90
10.6.1. Zmienna zerojedynkowa jako zmienna niezależna w regresji liniowej . . . . .	90
10.6.2. Regresja liniowa zmiennej zerojedynkowej ze względu na zmienną zerojedynkową . . . . .	91
10.6.3. Regresja liniowa zmiennej zerojedynkowej ze względu na zmienną o wielu wartościach . . . . .	92
10.7. Dygresja historyczna na temat pojęcia „regresji” . . . . .	92
10.8*. Wyznaczanie parametrów regresji liniowej metodą najmniejszych kwadratów . . . . .	95
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	97

Rozdział 11. Korelacja rangowa . . . . .	101
11.1. Problem korelacji rangowej . . . . .	101
11.2. Zależności statystyczne między typami uporządkowania par elementów . . . . .	104
11.2.1. Zbiorowość uporządkowanych par i typy uporządkowań . . . . .	104
11.2.2. Wyznaczanie rozkładu łącznego typów uporządkowań $T_X$ i $T_Y$ . . . . .	107
11.2.3. Zależność korelacyjna i skorelowanie liniowe zmiennych $T_X$ i $T_Y$ . . . . .	109
11.2.4. Klasyczne współczynniki korelacji rangowej dla par elementów . . . . .	114
11.3. Tradycyjne współczynniki korelacji rangowej . . . . .	117
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	119
Rozdział 12. Zależność stochastyczna . . . . .	121
12.1. Miernik siły zależności stochastycznej . . . . .	121
12.1.1. Natężenie zależności stochastycznej . . . . .	121
12.1.2. Własności ilości informacji . . . . .	124
12.1.3. Miernik siły zależności stochastycznej, jego własności i interpretacja . . . . .	128
12.2. Tradycyjne koncepcje i mierniki zależności stochastycznej . . . . .	129
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	133
Rozdział 13. Kierunek zależności statystycznej . . . . .	135
13.1. Zależność pozytywna i negatywna między zmiennymi dychotomicznymi . . . . .	136
13.2. Wybrane koncepcje kierunku zależności statystycznej . . . . .	138
13.3. Koncepcje kierunku zależności statystycznej a parametry statystyczne . . . . .	142
<i>Podstawowe pojęcia. Literatura</i> . . . . .	143
<b>CZĘŚĆ IV. ZALEŻNOŚCI STATYSTYCZNE MIĘDZY WIELOMA ZMIENNYMI</b>	
Rozdział 14. Regresja i korelacja wielokrotna liniowa . . . . .	147
14.1. Ogólna problematyka analiz wielozmiennowych . . . . .	147
14.2. Klasyczne metody wielozmiennowe . . . . .	148
14.2.1. Analiza zależności warunkowych . . . . .	148
14.2.2. Regresja wielokrotna pierwszego rodzaju, miernik siły zależności . . . . .	151
14.3. Regresja i korelacja wielokrotna drugiego rodzaju liniowa . . . . .	161
14.3.1. Równanie regresji wielokrotnej drugiego rodzaju liniowej . . . . .	161
14.3.2. Korelacja wielokrotna liniowa . . . . .	171
14.3.3. Własności regresji wielokrotnej liniowej i kwadratu współczynnika korelacji wielokrotnej liniowej . . . . .	174
14.4*. Wyznaczanie współczynników regresji wielokrotnej liniowej metodą najmniejszych kwadratów . . . . .	181
14.4.1. Układ równań normalnych . . . . .	181
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania</i> . . . . .	195
Rozdział 15. Korelacja cząstkowa . . . . .	199
15.1. Określenie kwadratu współczynnika korelacji cząstkowej . . . . .	200
15.2. Korelacja cząstkowa jako korelacja między błędami przewidywań . . . . .	202
15.3. Kwadrat współczynnika korelacji cząstkowej a równanie regresji wielokrotnej liniowej . . . . .	204
15.4. Graficzna ilustracja współczynników korelacji wielokrotnej i cząstkowej . . . . .	208

15.5*. Kwadrat współczynnika korelacji cząstkowej w zapisie macierzowym . . . . .	213
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	213
<b>Rozdział 16. Dalsze problemy regresji i korelacji wielokrotnej liniowej</b> . . . . .	215
16.1. Nieprzechodniość skorelowania liniowego . . . . .	215
16.2. Problem interakcji w regresji wielokrotnej liniowej . . . . .	216
16.3. Problem współliniowości w regresji wielokrotnej liniowej . . . . .	222
16.4. Metody wyboru „najlepszego” równania regresji wielokrotnej liniowej . . . . .	224
16.5. Zmienne jakościowe i porządkowe jako zmienne niezależne . . . . .	227
16.6. Regresja wielokrotna liniowa i modele wielomianowe . . . . .	230
<i>Podstawowe pojęcia. Literatura</i> . . . . .	232
<b>Rozdział 17. Metody wielowymiarowej analizy statystycznej</b> . . . . .	235
17.1. Wprowadzenie . . . . .	235
17.2. Syntetyczny opis rozkładu łącznego wielu zmiennych . . . . .	236
17.3. Redukcja danych i wyjaśnienie obserwowanych zależności między zmiennymi . . . . .	238
17.4. Klasyfikacja obiektów i zmiennych . . . . .	240
17.5. Rozmieszczenie obiektów w przestrzeni wielowymiarowej . . . . .	242
17.6. Zależności jednej zmiennej od wielu zmiennych . . . . .	244
17.7. Zależności między dwoma zbiorami zmiennych . . . . .	245
17.8. Struktura zależności „przyczynowych” między wieloma zmiennymi . . . . .	246
17.9. Modelowanie zależności „przyczynowych” między zmiennymi, wśród których występują zmienne ukryte . . . . .	247
17.10. Skalowanie ukrytych własności . . . . .	248
<i>Literatura</i> . . . . .	250
<b>Indeks</b> . . . . .	253

### **Tom trzeci. Wnioskowanie statystyczne**

#### **CZĘŚĆ V. PODSTAWY WNIOSKOWANIA STATYSTYCZNEGO**

<b>Rozdział 18. Podstawy rachunku prawdopodobieństwa</b> . . . . .	13
18.1. Aksjomatyczne ujęcie rachunku prawdopodobieństwa . . . . .	13
18.1.1. Przestrzeń zdarzeń elementarnych $\Omega$ . . . . .	15
18.1.2. Ciało zdarzeń losowych $S$ i zdarzenia losowe . . . . .	15
18.1.3. Prawdopodobieństwo . . . . .	17
18.2. Prawdopodobieństwo warunkowe i twierdzenie Bayesa . . . . .	20
18.2.1. Pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego . . . . .	20
18.2.2. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym i twierdzenie Bayesa . . . . .	21
18.3. Serie doświadczeń losowych i schemat Bernoulliego . . . . .	24
18.3.1. Serie doświadczeń losowych . . . . .	24
18.3.2. Schemat Bernoulliego . . . . .	25
18.4. Zmienna losowa . . . . .	27
18.4.1. Zmienna losowa i związane z nią prawdopodobieństwa . . . . .	27
18.4.2. Dystrybuanta i funkcja gęstości zmiennej losowej . . . . .	29

18.4.3. Parametry rozkładu zmiennej losowej . . . . .	34
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania</i> . . . . .	39
<b>Rozdział 19. Rozkłady zmiennych losowych i twierdzenia graniczne</b> . . . . .	41
19.1. Rozkłady dyskretnych zmiennych losowych . . . . .	41
19.1.1. Rozkład zerojedynkowy . . . . .	41
19.1.2. Rozkład dwumianowy i prawo wielkich liczb . . . . .	42
19.1.3. Rozkład hipergeometryczny . . . . .	44
19.2. Najprostsze rozkłady zmiennych ciągłych . . . . .	47
19.2.1. Rozkład jednostajny . . . . .	47
19.2.2. Rozkład trójkątny . . . . .	48
19.3. Rozkład normalny i twierdzenia graniczne . . . . .	49
19.3.1. Twierdzenie de Moivre'a–Laplace'a . . . . .	49
19.3.2. Własności rozkładu normalnego . . . . .	52
19.3.3. Rozkład normalny standaryzowany . . . . .	53
19.3.4. Rozkład normalny jako przybliżenie rozkładów empirycznych . . . . .	57
19.3.5. Centralne twierdzenia graniczne Lindeberga–Levy'ego i Lapunowa oraz ich konsekwencje . . . . .	59
19.4. Rozkład logarytmiczno-normalny i $\chi^2$ . . . . .	61
19.4.1. Rozkład logarytmiczno-normalny . . . . .	61
19.4.2. Rozkład $\chi^2$ . . . . .	63
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	64
<b>Rozdział 20. Populacja i prosta próba losowa</b> . . . . .	67
20.1. Reprezentatywność . . . . .	68
20.2. Dobór prostej losowej próby . . . . .	69
20.3. Dobór prosty niezależny . . . . .	72
20.3.1. Populacja prób i statystyki z próby . . . . .	72
20.3.2. Trzy rozkłady i związki między nimi . . . . .	74
20.3.3. Nieobciążoność i efektywność estymatora . . . . .	75
20.3.4. Statystyki $S^2$ i $\hat{S}^2$ . . . . .	77
20.4. Dobór prosty zależny . . . . .	79
20.5. Dowody twierdzeń . . . . .	81
<i>Podstawowe pojęcia. Literatura</i> . . . . .	83
<b>Rozdział 21. Schematy doboru prób losowych</b> . . . . .	85
21.1. Losowanie próby z różnymi prawdopodobieństwami wyboru . . . . .	85
21.2. Dobór warstwowy . . . . .	90
21.3. Dobór zespołowy . . . . .	96
21.3.1. Zespoły o jednakowej liczebności . . . . .	97
21.3.2. Zespoły o różnej liczebności . . . . .	99
21.4. Dobór dwustopniowy . . . . .	100
21.4.1. Zespoły o jednakowej liczebności . . . . .	101
21.4.2. Zespoły o różnej liczebności . . . . .	103
21.5. Inne schematy losowego doboru próby . . . . .	105
21.6. Błędy losowe a błędy systematyczne . . . . .	107

21.7. Dobór losowy a dobór celowy . . . . .	108
<i>Podstawowe pojęcia. Literatura</i> . . . . .	109

## CZĘŚĆ VI. WNIOSKOWANIE STATYSTYCZNE

Rozdział 22. Estymacja punktowa i przedziałowa . . . . .	113
22.1. Estymacja punktowa . . . . .	114
22.1.1. Własności estymatora . . . . .	114
22.1.2. Metody uzyskiwania estymatorów . . . . .	118
22.2. Rozkład statystyki „średnia z próby” . . . . .	121
22.3. Estymacja przedziałowa . . . . .	123
22.4. Przedziały ufności dla średniej . . . . .	124
22.4.1. Prawdopodobieństwo różnicy między średnią w dużej próbie a średnią w populacji . . . . .	125
22.4.2. Estymacja przedziałowa średniej – przypadek dużej próby . . . . .	128
22.4.3. Estymacja przedziałowa frakcji . . . . .	132
22.4.4. Szacowanie minimalnej liczebności próby . . . . .	133
22.4.5. Estymacja przedziałowa średniej z „małej” próby . . . . .	134
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura</i> . . . . .	141
Rozdział 23. Podstawy weryfikacji hipotez statystycznych . . . . .	143
23.1. Pojęcia podstawowe . . . . .	143
23.2. Weryfikacja hipotez statystycznych według Neymana–Pearsona . . . . .	146
23.2.1. Testy statystyczne . . . . .	146
23.2.2. Zasada Neymana–Pearsona wyboru optymalnego testu statystycznego . . . . .	151
23.2.3. Własności testów statystycznych . . . . .	153
23.3. Inne koncepcje weryfikacji hipotez statystycznych . . . . .	158
23.3.1. Współczesne ujęcia wykorzystujące teorię decyzji . . . . .	158
23.3.2. Zastosowanie twierdzenia Bayesa . . . . .	160
23.3.3. Inne koncepcje weryfikacji hipotez statystycznych . . . . .	162
23.4. Logika weryfikacji hipotez statystycznych . . . . .	163
<i>Podstawowe pojęcia. Literatura</i> . . . . .	164
Rozdział 24. Weryfikacja hipotez parametrycznych . . . . .	167
24.1. Weryfikacja hipotez o wartości średniej . . . . .	168
24.1.1. Weryfikacja dwóch prostych hipotez o średniej . . . . .	168
24.1.2. Weryfikacja hipotezy prostej przeciwko hipotezie złożonej: test jednostronny . . . . .	178
24.1.3. Weryfikacja hipotezy prostej przeciwko hipotezie złożonej: test dwustronny . . . . .	181
24.2. Szczególne przypadki hipotez o wartości średniej . . . . .	184
24.2.1. Hipotezy o wielkości frakcji . . . . .	184
24.2.2. Weryfikacja hipotez o średniej przy użyciu statystyki z oraz testu Studenta . . . . .	186

---

24.3. Hipotezy o różnicy dwóch średnich . . . . .	188
24.3.1. Weryfikacja hipotezy o różnicy średnich w próbach zależnych . . .	188
24.3.2. Weryfikacja hipotezy o różnicy średnich w próbach niezależnych	190
24.3.3. Weryfikacja hipotezy o różnicy wielkości frakcji w próbach niezależnych . . . . .	191
24.4. Weryfikacja hipotez o wartości współczynnika korelacji liniowej . . . . .	194
24.4.1. Weryfikacja hipotez o wartości współczynnika korelacji liniowej z wykorzystaniem rozkładu normalnego lub rozkładu Studenta . . . . .	194
24.4.2. Weryfikacja hipotezy o wartości kwadratu współczynnika korelacji liniowej z wykorzystaniem testu $F$ . . . . .	196
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura . . . . .</i>	<i>197</i>
Rozdział 25. Weryfikacja hipotez nieparametrycznych . . . . .	199
25.1. Test chi-kwadrat ( $\chi^2$ ) . . . . .	200
25.1.1. Konstrukcja testu $\chi^2$ . . . . .	200
25.1.2. Struktura postępowania przy weryfikacji hipotezy nieparametrycznej za pomocą testu chi-kwadrat . . . . .	203
25.2. Weryfikacja hipotezy o zgodności . . . . .	204
25.2.1. Test zgodności chi-kwadrat . . . . .	204
25.2.2. Inne testy zgodności . . . . .	207
25.3. Weryfikacja hipotezy o niezależności . . . . .	208
25.3.1. Test niezależności chi-kwadrat . . . . .	208
25.3.2. Inne testy niezależności . . . . .	210
25.4. Weryfikacja hipotezy o jednorodności . . . . .	211
25.4.1. Test jednorodności chi-kwadrat . . . . .	211
25.4.2. Inne testy jednorodności . . . . .	213
25.5. Weryfikacja hipotezy o braku regularności . . . . .	214
<i>Podstawowe pojęcia. Zadania. Literatura . . . . .</i>	<i>215</i>
Tablice . . . . .	217
Indeks . . . . .	223